

◎一次方程式に学ぶ「数学の学習法」

1. ある**数学教師**が、「数学を克服するには、全ての問題を解いて、全てのパターンを暗記する」と言うのを聞いて、これは無理だと思った。私が偏差値 40 足らずの生徒を国立大学に合格させよと、校長から言われて開発した「数学の反射」に挙げた、指導要領準拠の公式群は、数 I A I B を通じて 140 項目。入試問題は 2 つ以上の項目の組み合わせで作られるから、単純に考えて 20000 種類以上の問題を、3 年間(1000 日)で分配すれば、1 日 20 問の新題を覚えろと言うのだ。物理的に無理だ。受験生は数学だけを学んでいるのでは無いから。

そこで、私の考案した「ヒントから明らかに使うと想定される『公式』を、反射的に使うように学ぶ学習法」を「**ヒントを読み解く受験数学**」として公開した。

もちろん実践をした。静岡大学を目指して入学した生徒に、70%の得点率を目指して、問題集の「例題」だけ、公式を自動的に使う様に指導した。頑固な生徒で、数 I A をこなすのに、14 か月掛かった。次のステップを求めたので、「指導の通りの計算法(反射的に解く効率化)を身に付けようとしなさい」として再挑戦させた。今度は本気で取り組み、2 か月で全問解いた。丁度 2 年生の夏休みに成ったので、1 か月余りの課題に再学習させた。見事に解き方を覚えた。休暇明け 9 月のベネッセ駿台模試で、何と 3 教科総合全国 2 位、数学だけならダントツで 1 位の成績を得た。もちろん私の学習法は免許皆伝なので、チャートなど難問挑戦を許した。11 月の模試では、50 点も取れず私も驚いた。「なぜか？」。

いわゆる受験産業が提唱する「難問」は、試験問題作成委員が、1 年間知恵を絞って、過去に出題されていない「新問題」を編み出したものだ。その時の試験の 20%も無い。私の分析では、安易ではあるが時間のかかる問題が 10%、本当に難しい難問が 10%と踏んでいる。勿論私の生徒がクリアする必要のない問題だ。まして、難問の新傾向の問題は、毎年開発されるのであって、「再び出会う確率は殆どない」、こんなものを覚えるために時間を割いたので、問題に取り組む「第一歩」で「検索しなければならぬ公式」が『膨大』になり、それが積み重なって「時間的ロス」を生んだのだ。

以降、その生徒には、難問を解かせなかった。ただ只管、「解けるようになった問題の『時短』」を囚らせた。いわゆる「3 分の 1 の時間でとけるようになれ」である。3 年生 11 月まで 1 年間その練習をしたら、本番の推薦入試で 100 点を取れた。大学の入試担当から、直接「本当にわが校で良いのか」との問い合わせがあったのだ。

当然、難問もあったが、反射的に解ける問題は 30 分以内に解けたので、余った時間に、反射的に使う公式を応用している内に答えが出たという。そうなのですよ。何問は組み合わせによる応用技なのであって、使っている知識は指導要領を逸脱していないのだから、当然と言えば当然なのです。

これに及んで、「ヒントから公式を瞬時に選ぶ学習法」が有効である事を知りました。その後、同じ教育をした生徒の中から 2 人の生徒が全国 1 位になった。内 1 人は難問で知られる全統模試での事であった。

2. そこで生まれた学習法の解釈

私は、ヒントから自動的に何らかの回答が出る手順を「基本計算」と呼ぶ。1 つの単元で、何種類もの問題があるように見えるのは、「応用技」を掛け算して組み合わせているからだ。多くの生徒は、この応用技に驚き慌てて、基本計算で「符号の間違い」や「繰り上がり・繰り下がり」、「約分忘れ」をして、凡ミスで敗れ、数学は難しいという。

私の「反射的にヒントを見る」学習法は、「まず、一歩進んでから考えろ」というものだ。私は本来理科教員だから、「絶対的な答えなど無い」と言う姿勢で取り組んでいるから、初めから解法を見通すのではなく、今あるヒントから一歩進んで考える事に成れている。

濃度問題から紹介しよう。「40 g の塩で 8% の食塩水を作った。含まれる水は何 g ですか」と言う問題に生徒は結構悩むのです。一歩を踏み出せないのです。

この時、「濃度 = 溶質の質量 ÷ 溶液の質量 × 100」で与えられるのが公式ですから計算すれば、溶液の質量 = 500 g と言うのはすぐに出るのです。

この時点で考えれば「溶液 = 食塩 + 水」ですから、水が 460 g と言うのは簡単です。一歩進んでから考えたから簡単なので、始めから見通すために、全ての問題パターンを覚えたら、膨大な時間が必要なうえに、探さなければいけない「無駄知識」が膨大に増え、思考の邪魔をします。

学習するほど、時間が掛かる様になるのでは、学習する意味はありません。もっとも、一生難問に取り組み、考えている時間そのものが生き甲斐の数学者に成るのであれば別ですが、私の生徒の望む姿では有りません。

そこで、数学を学ぶにあたって、「基本的計算事項」と「応用技」の分類作業を行い基本的問題の解法には徹底して無駄を省き「時短」を考える事を勧めます。

私は、多くの生徒を指導しましたから、自分なりに効率の良い時短法を持っていますが、中学教諭から「解き方が違うから」と×にされる生徒を見て、数学先行者の狭量情けなさを思い知りましたが、やはり、生徒一人一人が、自分の置かれた環境の中で出来る「時短法」を会得する必要があると思いました。

中学生の誰もが通らなければ成らない「方程式」の克服、特に「一次方程式の基本計算」を通して、この分類法を紹介しましょう。

本当は私の考案した「基本計算」の解説が『数学の反射』なのですが、それは置いて置いて、本題に入りましょう。

数学の反射で学んだ人は、「あれれ、方程式は『縦計算』じゃないの？」と思うでしょうが、中学生を教師から守るために、改訂しました

理科学者は、平気で改定するのです。

3. 一次方程式の基本計算

どのような問題でも、必ず通るのが、イコールの両辺に、Xの項と、定数項がある
「 $AX + B = CX + D$ 」の形をした問題。

文字で表しただけで、拒否反応する生徒がいるので、数式でやるよ

$5X - 3 = 7X + 11$ $(5-7)X = (11+3)$ $-2X = 14$ $X = -14 \div 2$ $X = -7$	①Xは左側 定数は右側にまとめる「移項」 イコールを飛び越える時は、『符号変わる』 ②計算する。「符号は絶対値の大きい方」 ③この段階で、答えの符号が決まる 同符号⇒「+」、異符号⇒「-」 ④Xの係数で割り算 ⑤本当は、分数にすると、「約分」忘れない
---	---

解説の為に、行間を空けたけれど、4行で必ず答えが出るね。

まとめ方の説明補足

$(-2+7) = +5$ $(3-8) = -5$ 異符号⇒引き算
 $(13+21) = +34$ $(-7-8) = -15$ 同符号⇒足し算
どの場合も、符号は、「絶対値」の大きなものの方になっている

符号の説明補足

$2X = 14$ なら $X=7$
 $-2X = -14$ でも $X=7$
 $-2X = 14$ なら $X=-7$ 異符号「-」
 $2X = -14$ でも $X=-7$ 異符号「-」

4. 応用技と勘違いする、でも基本形

あれれの形	その訳	基本形にすると
$5X=3X-7$	定数項が無い	$5X + 0 = 3X - 7$
$5X-3=2X+5-7$	あれれ4つじゃない まとめてないだけ	$5X - 3 = 2X - 2$
$3X = 5$	2つしかないぞ。 すでに④の形	後は割り算だけ
$5X-2X=12$	これもまとめてないだけ	$3X = 12$ ④

5. 応用技

あれれの形	その訳	解決法
$2(3X+2)=-3(5X-3)$	()が付いている	分配する(符号注意) $6X+4=-15X+9$
$0.2X+1=2X-0.3$ $\frac{2}{3}X+2=\frac{1}{2}X-\frac{1}{6}$	少数や分数がある ×10 ×6	全部に同じ数を掛ける $2X+10=20X-3$ $4X+12=3X-1$
$\frac{2X-3}{3}-\frac{5X-2}{2}=X+1$	文字式が分数に ×6	分母消す掛け算同じだが 分子に()を使う $2(2X-3)-3(5X-2)=6X+6$ $4X-12-15X+6=6X+6 \Rightarrow$ $(4-15-6)X = (6+12-6)$
$AX+3=2X-3A$ $X=1$ の時、Aは?	求める文字の すり替え	$X=1$ を代入 $A+3=2-3A$

分数文字式の項目で判る通り、応用技は、基本的な応用を、いくつか組み合わせて作られる。
一度に、改善しようと思わず、問題点を1つずつ、消去して行けば、必ず基本形になる

基本的な応用技を書いてみよう

- ① 数字の単位を変える …… 適当な「数」を全て「項に掛ける」
- ② ()を使う …… 分配法則 (符号を先に中へ)
- ② 文字や数字が2つ以上ある …… まとめる計算
- ③ $X=1$ の時 …… 代入する

ほら、分解して考えれば、これ位しか無いのだ。

この組み合わせで、何万通りもの問題が作られている

他の単元も、こんな感じで、特に、難問の宝庫と呼ばれる「三角関数」も
求めるものは

3つの長さ」「3つの角度」その「SinCosTan」「面積」「外接円の半径R」「内接円の半径r」だし、使う公式は、「三角表の読み取り」は別格として

「正弦定理 $1 \Rightarrow 2R$ 」「正弦定理 $2 \Rightarrow \sin B$ か b 」「余弦定理 $1 \Rightarrow$ 長さ b 」「余弦定理 $2 \Rightarrow$ 角度 C か B 」「Sin、Cos、Tan 相互関係」「角度の変換($\theta + 90^\circ$)など」「三平方の定理」

「円周角・中心角」「加法定理」「内角の和」「合同・相似」「錘の体積」「二等辺三角含む三角錐 \Rightarrow 三角錐高さ h 」もあるのだが、ある意味「～しか無いのだ」