4次元球宇宙に基づくハッブル図

（時間の本質と 4 次元球宇宙モデル・パート3）

Version 2020.06

Shigeto Nagao

< Part 1 >

1. 時間の本質
2. 4次元球宇宙モデル
3. マイケルソン・モーリーの実験
4. 定常波の加速因子
5. 宇宙の膨張

< Part 2 >

6. 光の伝搬速度
7. ~~光の赤方偏移~~
8. ~~光の伝搬距離~~

< Part 3 >

9. 宇宙観測での赤方偏移（訂正）
10. 明るさに作用する要因
11. ハッブル図
12. 超新星宇宙計画でのハッブル図との比較

© All copy rights reserved by the author.

時間関連用語の定義

x (Radius of universe):	4次元球宇宙の半径。観測時間 T に等しい。
CU (Cosmic Unit):	x と T の単位で宇宙膨張が止まった時に最大値 1 となる。ここでは時間に関連する種々の変数をこの CU 単位で示す。
T_E (Time of Emission):	光が放たれた時の観測時間 T 表示。
T_P (Present Time):	宇宙の現在時を観測時間表示。現在観測する光が到着する時。
T_{ER} (Relative Time of Emission):	T_E の T_P に対する相対比率。 $T_{ER} \equiv T_E / T_P$
T_B (Back in Time):	発光時の現在からの遡り時間。 $T_B \equiv T_P - T_E$
T_{BR} (Relative Back in Time):	T_B の T_P に対する相対比率。 $T_{BR} \equiv T_B / T_P$
T_C (Time Clear):	宇宙空間が光の伝導に対して透明になった時の観測時間表示。
T_{CR} (Relative Time Clear):	T_C の T_P に対する相対比率。 $T_{CR} \equiv T_C / T_P$

t, time（源時間）、***T, Time***（観測時間）: パート1での定義を参照。

9.　宇宙観測での赤方偏移

現在ある同種原子（水素）のスペクトル光との比較：

T_E に発光　　現在 T_P に観測

$$\nu_0(T_E), \lambda_0(T_E) \quad \longrightarrow \quad \nu(T_P), \lambda(T_P)$$

$$\nu_0(T_P), \lambda_0(T_P)$$ （現在の原子）

$$z + 1 = \frac{\lambda(T_P)}{\lambda_0(T_P)} = \frac{\nu_0(T_P)}{\nu(T_P)}$$

$\lambda(T_P), \nu(T_P)$ を $\lambda_0(T_E), \nu_0(T_E)$とは比較していない

光速：

$$C(T_E) = \nu_0(T_E) * \lambda_0(T_E) \quad \longrightarrow \quad C(T_P) = \nu(T_P) * \lambda(T_P)$$

Present atom:　$C(T_P) = \nu_0(T_P) * \lambda_0(T_P)$

発光時の値からの赤方偏移

波長準拠–赤方偏移:

宇宙膨張により:　　波長は n 倍に伸長する（n:宇宙膨張率）。

$$z_\lambda^e + 1 = \frac{\lambda(T_P)}{\lambda_0(T_E)} = n = \frac{T_P}{T_E} = \frac{1}{T_{ER}}$$

振動数準拠–赤方偏移:

$$z_\nu^e + 1 = \frac{\nu_0(T_E)}{\nu(T_P)} = \frac{C(T_E)}{\lambda_0(T_E)}\frac{\lambda(T_P)}{C(T_P)} = n\frac{C(T_E)}{C(T_P)} = \frac{1}{T_{ER}}\frac{C(T_E)}{C(T_P)}$$

n:　宇宙の膨張率

T:　観測時間 (Observed Time) = 宇宙の半径

実際の観測における赤方偏移

エネルギー周回理論から:

宇宙膨張により原子のエネルギーは変動する。

隠れ-空間次元での一重周回(single circulation)のエネルギー:

$$E_{(iS)} = m_0 c^2 = m_0 {v_c}^2 = m_0 {\mu_0}^2 {\omega_0}^2$$

光のエネルギー ／ フォトンのエネルギー:

$$E_\gamma = h\nu^2 = \hbar\omega^2 \ , \quad E_p = E_\gamma/\nu = h\nu = \hbar\omega$$

宇宙膨張 n倍 $\Longrightarrow$ $E_{(iS)}$, c^2, ${\omega_0}^2$ は$1/n^3$倍に減少する。(m_0, μ_0: 不変)

同一元素の現在の原子: 放射時の光のエネルギーは$1/n^3$倍に減少する。

$$E_\gamma(T_E) = h{\nu_{0(T_E)}}^2 \propto m_0 {C_{(T_E)}}^2 \ , \quad E_\gamma(T_P) = h{\nu_{0(T_P)}}^2 \propto m_0 {C_{(T_P)}}^2$$

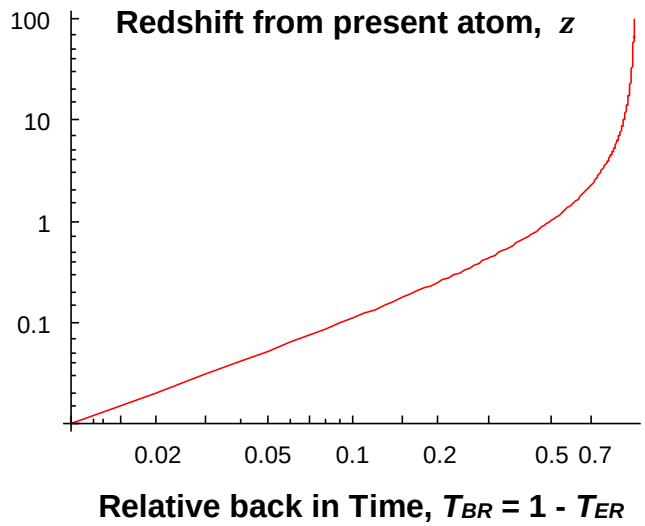
$$\frac{\nu_0(T_P)}{\nu_0(T_E)} = \frac{C(T_P)}{C(T_E)}$$

同一元素の現在の原子からの赤方偏移

$$z_\lambda + 1 = \frac{\lambda(T_P)}{\lambda_0(T_P)} = \frac{\lambda(T_P)}{\lambda_0(T_E)} \times \frac{\lambda_0(T_E)}{\lambda_0(T_P)} = n \times \frac{C(T_E)}{\nu_0(T_E)} \frac{\nu_0(T_P)}{C(T_P)} = n = \frac{1}{T_{ER}}$$

$$z_\nu + 1 = \frac{\nu_0(T_P)}{\nu(T_P)} = \frac{\nu_0(T_E)}{\nu(T_P)} \times \frac{\nu_0(T_P)}{\nu_0(T_E)} = n \frac{C(T_E)}{C(T_P)} \times \frac{C(T_P)}{C(T_E)} = n = \frac{1}{T_{ER}}$$

$$z_\lambda = z_\nu = z = \frac{1}{T_{ER}} - 1$$



10.　明るさに作用する要因

1）　波長伸長による要因

宇宙膨張にともない:

- 波長:　$n \equiv T_P / T_E = 1/T_{ER}$ 倍に伸長
- 一光子のエネルギー　$h\nu$:　$1/n$ 倍に減少
- 光子の数:　n 倍に増加　（トータルエネルギー保存）
- $h\nu$ と光子数の積は不変:　波長伸長による光度の変動はない（光度:　全エネルギー／単位時間）

2）　散乱による要因

光速度:

$$C(x) = K * f_D * f_{EM} = K * \frac{1}{x\sqrt{1-x}} * \left(1 - \frac{T_C{}^3}{x^3}\right)$$

- 電磁相互作用因子 f_{EM}　は散乱による作用
- 複数の晴上り時間　T_C　値が存在:
  - 宇宙背景放射:　ビッグバンから38万年後
  - 星の放射光による星間水素の再イオン化:　ビッグバンから1．5～10億年
  - 物質中の光伝搬
- 密度が一定の場合、透過光強度は　$I(x) = I_0\left(1 - \int (T_C \rho)^3 dx\right) = I_0(1 - kx)$
- 再イオン化期間の星からの光:　散乱により、我々に到達しないか暗くなる
- その後（$T_{ER} > 0.072$, $z < 12.8$)の星からの光:　散乱による効果は無視できる

3） 空間エネルギー密度の変動 による要因

- 光度（星の明るさ）L: 全エネルギー／単位時間
  光束（面積あたりの光の明るさ）F: エネルギー／単位時間／単位面積

$$F = \frac{L}{4\pi r^2}$$

- 光度は単位時間当たりの値であるため測定時の光速度に従って変動。L は測定時 $T = x$ の関数。

$$F(x) = \frac{L(C(x))}{4\pi r^2} = \frac{L(x)}{4\pi r^2}$$

- 宇宙観測では変数 x は現在時間 T_P に固定されているため、光度と光束は発光時 T_E により変動しない。
- 我々の観測では空間エネルギーの密度変化による明るさへの影響を考慮する必要はない。

11.　ハッブル図 － 明るさ(光束)・距離のマグニチュード

光度 L の光が T_E に放射され、T_P に我々に到達

現在観測する光束(面積あたりの明るさ):

$$F(T_E) = \frac{L}{4\pi \cdot LD(T_E)^2}$$

そのマグニチュードを定義:

$$m(T_E) \equiv -2.5 \cdot \lg F(T_E)$$

同じ光度で赤方偏移 $z = 0.05$ を示す星との光束の相対マグネチュードを定義する:

$$DM_{0.05}(T_{ER}) \equiv m(T_{ER}) - m(z = 0.05) = m(T_{ER}) - m(1/1.05)$$

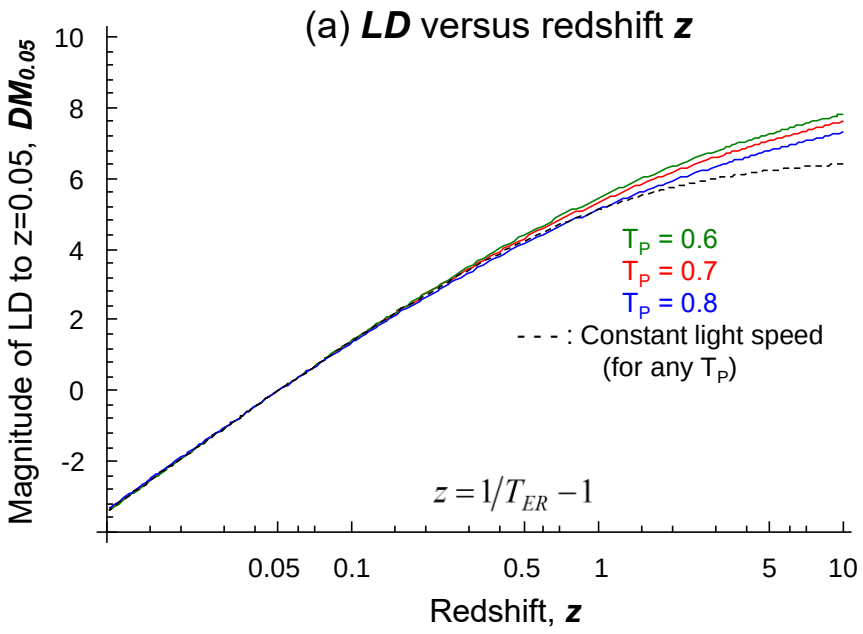
- 同じ光度であるため距離指数 (distance modulus)である "**magnitude of LD to z=0.05**"
- 光伝搬距離 LD : $z < 12.8$ では f_{EM} を無視でき、次の式で表される。

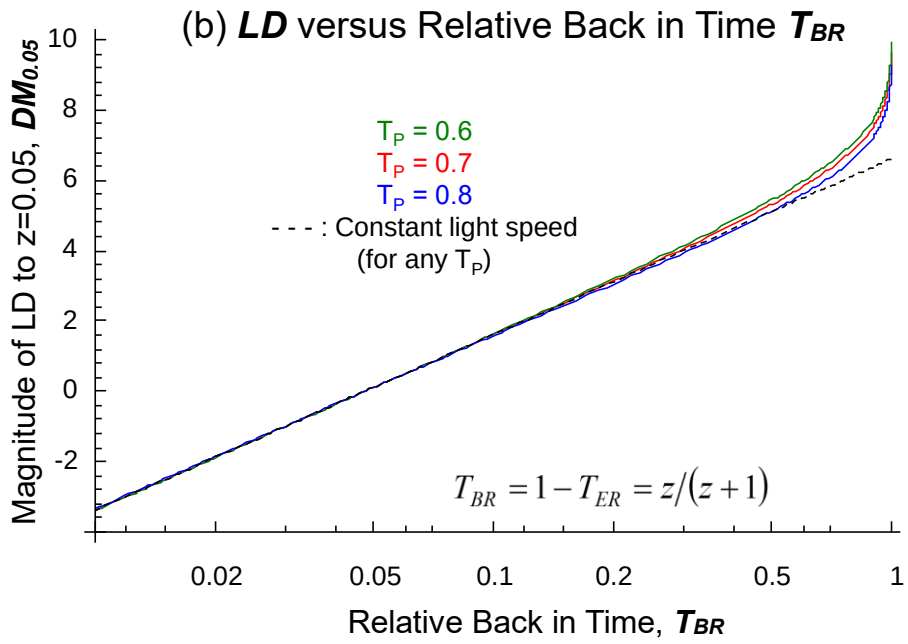
$$LD(T_E) \approx \int_{T_E}^{T_P} \frac{K}{x\sqrt{1-x}} dx = K\left(\log\left(\frac{1-\sqrt{1-T_P}}{1+\sqrt{1-T_P}} \right) - \log\left(\frac{1-\sqrt{1-T_E}}{1+\sqrt{1-T_E}} \right) \right)$$

$$DM_{0.05}(T_{ER}) = 5 \cdot \lg\left(\log\left(\frac{1-\sqrt{1-T_P}}{1+\sqrt{1-T_P}} \cdot \frac{1+\sqrt{1-T_P T_{ER}}}{1-\sqrt{1-T_P T_{ER}}} \right) \right) - 5 \cdot \lg\left(\log\left(\frac{1-\sqrt{1-T_P}}{1+\sqrt{1-T_P}} \cdot \frac{1+\sqrt{1-T_P/1.05}}{1-\sqrt{1-T_P/1.05}} \right) \right)$$

光伝搬距離 LD の $z = 0.05$ に対するマグニチュード

$$DM_{0.05}(T_{ER}) = 5 \cdot \lg\left(\log\left(\frac{1-\sqrt{1-T_P}}{1+\sqrt{1-T_P}} \cdot \frac{1+\sqrt{1-T_P T_{ER}}}{1-\sqrt{1-T_P T_{ER}}} \right)\right) - 5 \cdot \lg\left(\log\left(\frac{1-\sqrt{1-T_P}}{1+\sqrt{1-T_P}} \cdot \frac{1+\sqrt{1-T_P/1.05}}{1-\sqrt{1-T_P/1.05}} \right)\right)$$





ハッブル図

3次元空間の膨張速度: $\frac{dr}{dT} = \frac{dr}{dx} = \frac{d(x\theta)}{dx} = \theta \qquad r = \theta \cdot x$

ある中心角度 θ で、変動する x: 速度は一定 θ

ある半径 x で、変動する θ : 速度は θ に比例 → r に比例 → **ハッブルの法則**

ハッブル図: 星や銀河の後退速度を固有距離(proper distance ある時点での実際の距離)で検討する

一時的に光速が一定と仮定する。

光伝搬距離(光路距離): $LD_C = c \cdot (T_P - T_E) = c \cdot T_P \cdot (1 - T_{ER}) = c \cdot T_P \frac{z}{z+1}$

両辺に $(1+z)$ をかける (time dilation): $(1+z) \cdot LD_C = c \cdot T_P \cdot z \equiv k \cdot z$ → z に比例する

$\Delta t' = (1+z)\Delta t$ Light-curve width of supernovae: dilated by $1+z$

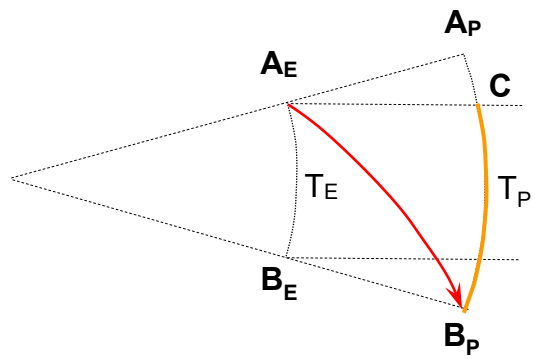
LD から PD への変換:

A_P-B_P: proper distance at T_P ("**present distance, PD**")

C-B_P: light propagated distance (LD)

$n = T_P / T_E = 1/T_{ER}$

$\frac{CB_P}{A_E B_E} = 1 + \frac{1}{2}(n-1) = \frac{1}{2}(n+1), \qquad \frac{PD}{LD} = \frac{2n}{n+1} = \frac{2(z+1)}{z+2} = \frac{2}{1+T_{ER}}$



ハッブル図のための調整現在距離マグニチュード

ハッブル相関での現在距離 PD を検討するため下記の距離指標を考える。

$$(1+z)\cdot PD = (1+z)\cdot \frac{2(z+1)}{z+2}\cdot LD \quad \text{or} \quad \frac{1}{T_{ER}}\cdot PD = \frac{1}{T_{ER}}\cdot\frac{2}{1+T_{ER}}\cdot LD$$

Time dilation　　*LD-PD 変換*

実際の宇宙観測では time dilation に加え、光束に K-補正がなされる。

K-補正：　赤方偏移 z の測定を静止座標系(z = 0)への測定に変換する。絶対等級のクロスフィルター調整と二つの座標間での距離指標の差を含む。

K-補正の座標変換部分は LD-PD 変換に対応する。

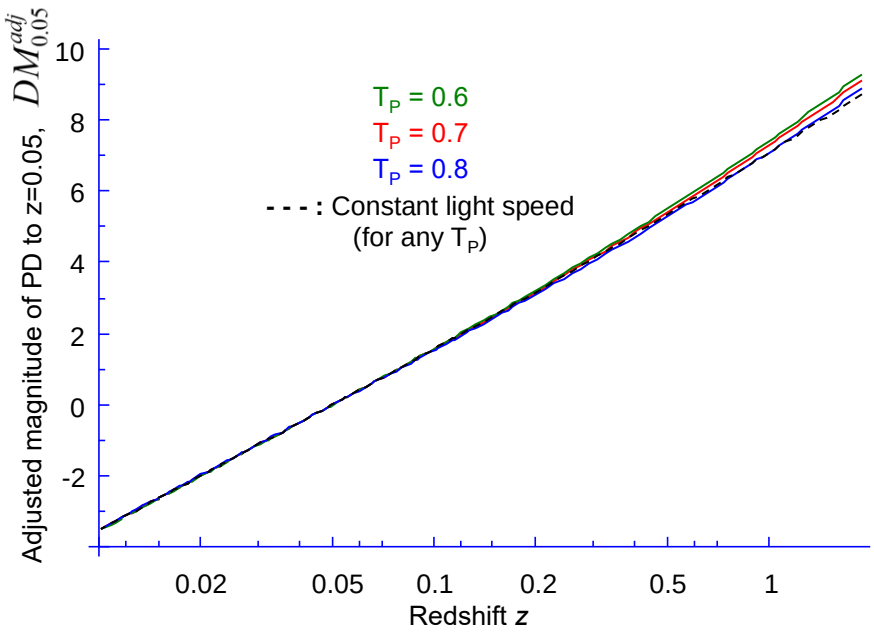
調整 PD マグニチュード $z = 0.05$, $DM_{0.05}^{adj}$:　　$DM_{0.05}$ に *Time dilation* と *LD-PD 変換* を加える

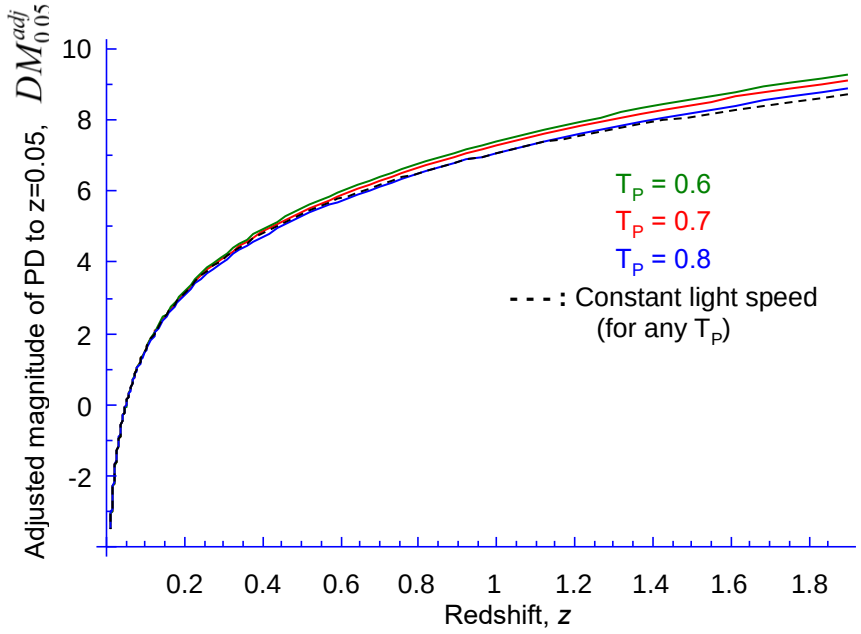
$$\begin{aligned} DM_{0.05}^{adj}(T_{ER}) &= 5\cdot\left(\lg LD(T_{ER}) + \lg(1/T_{ER}) + \lg(2/(1+T_{ER})) - \lg LD(1/1.05) - \lg 1.05 - \lg(2*1.05/2.05)\right) \\ &= 5\cdot\left(\lg LD(T_{ER}) - \lg(T_{ER}) - \lg(1+T_{ER}) - \lg LD(1/1.05) - 2\cdot\lg 1.05 + \lg 2.05\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DM_{0.05}^{adj}(T_{ER}) &= 5\cdot\lg\left(\log\left(\frac{1-\sqrt{1-T_P}}{1+\sqrt{1-T_P}}\cdot\frac{1+\sqrt{1-T_P T_{ER}}}{1-\sqrt{1-T_P T_{ER}}}\right)\right) - 5\cdot\lg\left(\log\left(\frac{1-\sqrt{1-T_P}}{1+\sqrt{1-T_P}}\cdot\frac{1+\sqrt{1-T_P/1.05}}{1-\sqrt{1-T_P/1.05}}\right)\right) \\ &\quad - 5\cdot\lg T_{ER} - 5\cdot\lg(1+T_{ER}) - 10\cdot\lg 1.05 + 5\cdot\lg 2.05 \end{aligned}$$

調整現在距離と赤方偏移のハッブル図

調整 PD マグニチュード z = 0.05, $DM_{0.05}^{adj}$ の赤方偏移 $z = 1/T_{ER} - 1$ に対するグラフ

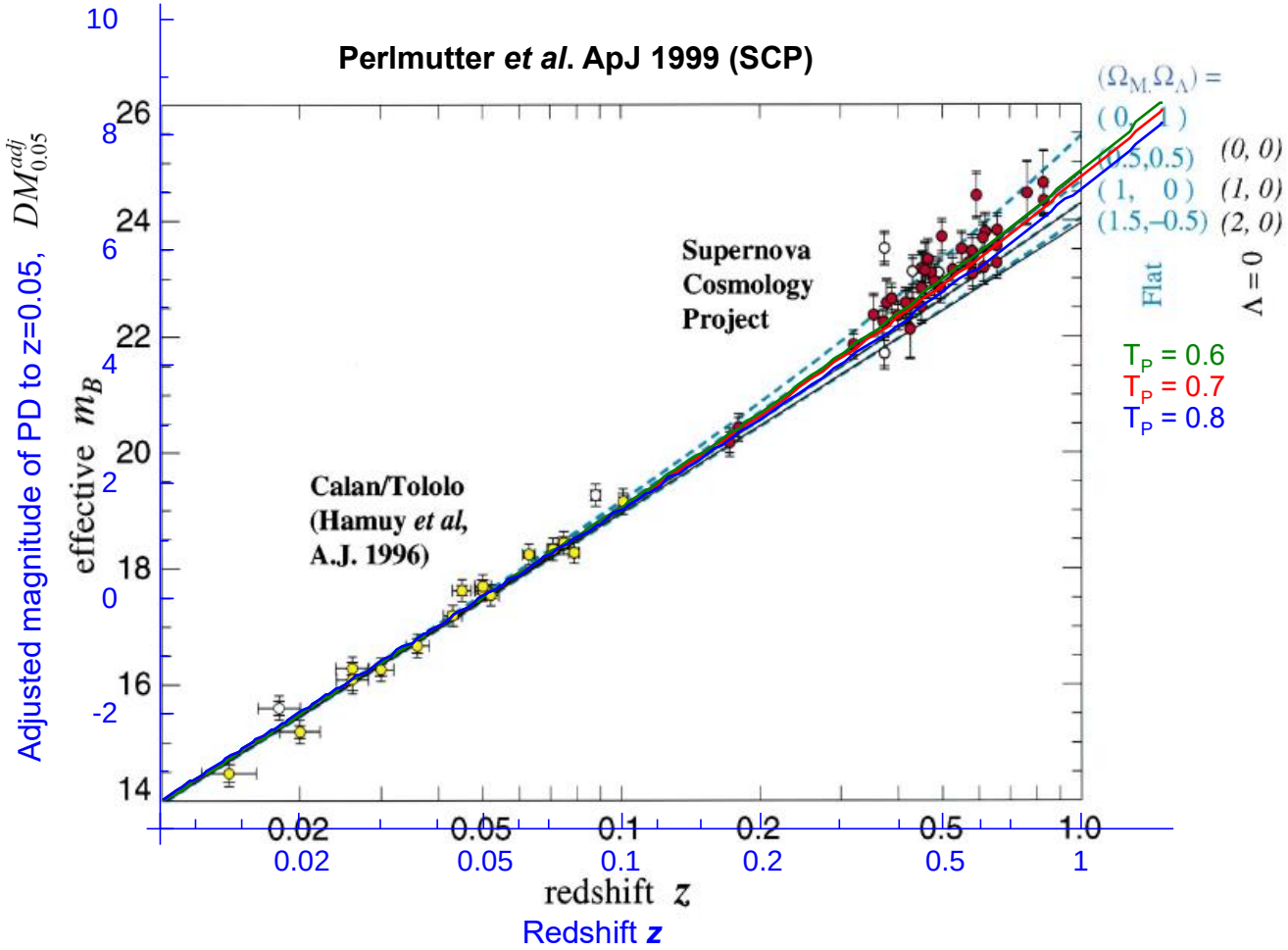




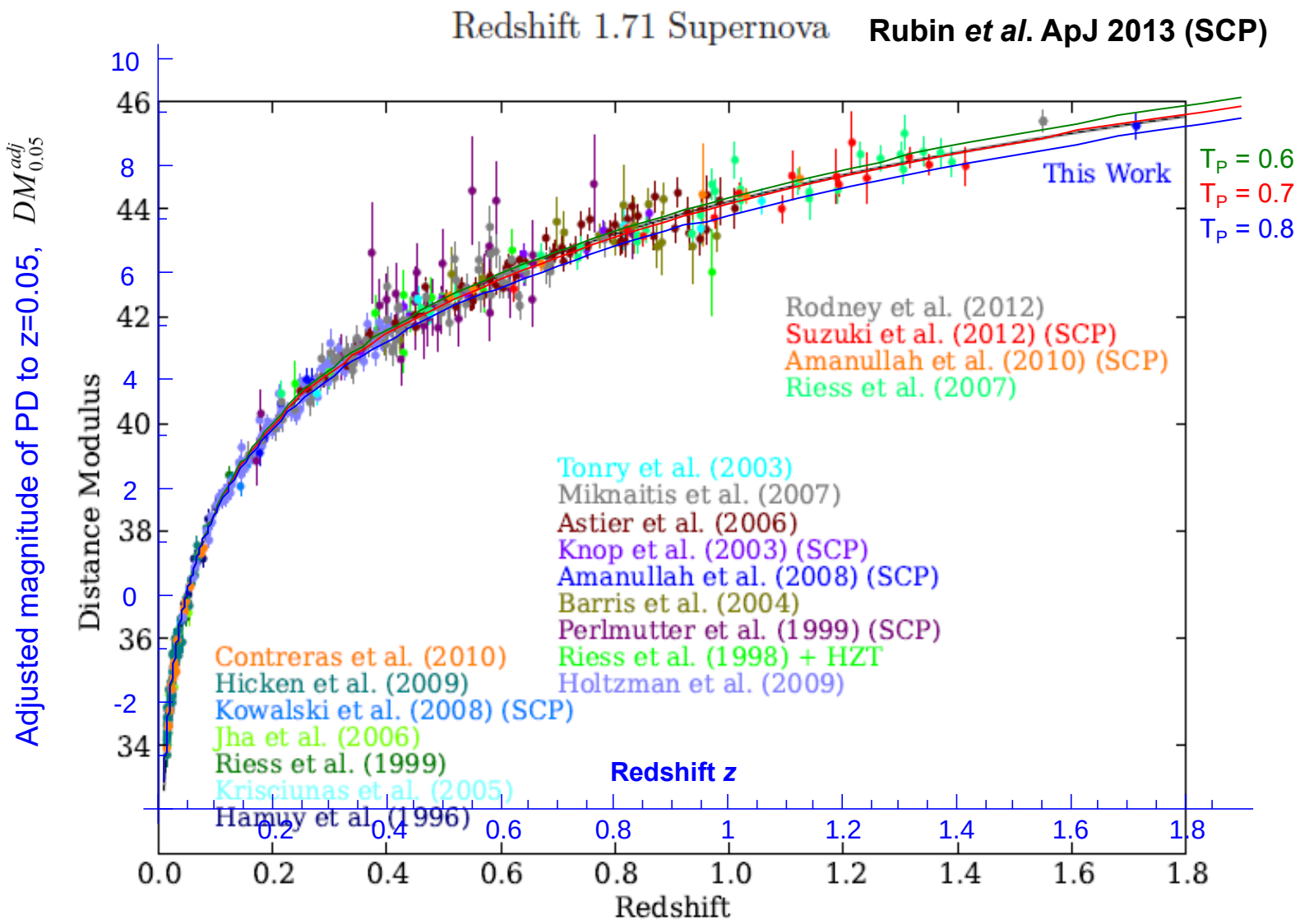
- - - - : 光速が一定だったと仮定した場合の $LD_C = c \cdot T_P(1 - T_{ER})$ に基づく $DM_{0.05}^{adj}$ の参考グラフ

12.　超新星宇宙計画によるハッブル図との比較

Perlmutter 等報告のハッブル図との重ね合わせ （z ： 対数目盛）



超新星宇宙計画での最新ハッブル図との重ね合わせ （z ： 普通目盛）



超新星データとの比較 – 結論

- 観測している赤方偏移は現在の原子の値からのものである。
- 光伝達距離 LD は luminosity distance と等しい。
- LD から現在距離 PD（現在の proper distance）への変換率を示した。
- K-correction の座標変換部分は LD-PD 変換に相当する。
- $(1+z)\cdot PD$ の $z=0.05$ に対するマグニチュードを報告された超新星のハッブル図と比較した。この超新星の報告では time-dilation として $1+z$ 倍され、更に光束に K-correction が加えられている。
- 超新星宇宙プロジェクトのハッブル図とのこの重ね合わせは極めて良い一致を示した。現時間 $T_P=0.7$ のグラフは、Rubin 等が実測値との最適合致と報告した $\Omega_{\mathrm{m}}=0.27$ ΛCDM 宇宙の曲線と、極めてよく重なった。

宇宙膨張は加速していない

源時間では減速し、観測時間では定速